

МАТЕМАТИКА

ПРОЕКТ «ПОЗНАНИЕ И ТВОРЧЕСТВО»

РОССИЙСКИЕ ОТКРЫТЫЕ ЗАОЧНЫЕ КОНКУРСЫ-ОЛИМПИАДЫ 2012/2013 УЧЕБНЫЙ ГОД

■ ЗАДАНИЯ ОСЕННЕГО ТУРА

НОМИНАЦИЯ «Тайны царицы наук» - для учащихся 9 классов

Предлагаем вам новые задания по математике.

Не забывайте, что за оформление работы, а также полноту ответов эксперт может дать дополнительные баллы.

1. Можно ли разделить 1965 точек в квадрате со стороной 1 так, чтобы любой прямоугольник площадью $1/200$, со сторонами, параллельными сторонам квадрата, содержал внутри хотя бы одну из этих точек? (10 б.)

2. Самолет-разведчик летает по кругу с центром в точке А. Радиус круга – 10 км, скорость самолета – 1000 км/ч. В некоторый момент из точки А выпускается ракета, которая имеет ту же скорость, что и самолет, и управляется так, что она все время проходит по прямой, соединяющей самолет с точкой А. Через какое время после запуска ракета догонит самолет? (10 б.)

3. Около шара описана правильная четырехугольная пирамида с двугранным углом при основании 60° и стороной основания 12 см. Найдите объем пирамиды, вписанной в этот шар и гомотетичной данной. (10 б.)

4. На сейфе установлен круговой циферблат, содержащий все десять цифр. Для вскрытия сейфа необходимо набрать код, известный взломщику, то есть комбинацию из четырех цифр, хранящуюся в памяти замка сейфа. Известно, что на циферблате первая цифра кода отстает от второй на 4 позиции, вторая от третьей – на 3 позиции, и третья от четвертой, последней, – на 2. При этом позиция первой цифры кода взломщику неизвестна. Опишите оптимальный, по вашему мнению, алгоритм подбора этого кода. (10 б.)

5. Написано 20 чисел: 1, 2, 3, ... 20. Двое играют по очереди, ставя перед этими числами знаки «+» или «-» (знак можно ставить перед любым свободным числом). Первый стремится к тому, чтобы полученная после расстановки всех 20 знаков сумма была как можно меньше по модулю. Какую наибольшую по модулю сумму может обеспечить себе второй игрок? (10 б.)

6. Найдите все целые m , при которых $6^m + 3^m = 2^m$. (10 б.)

7. Решите ребусы.

а) Из точного квадрата **** извлекался квадратный корень. От незаконченной записи сохранилось следующее: $\sqrt{\text{****}}$, причем можно было подметить, что три последние цифры подкоренного числа одинаковы. Найти $\sqrt{\text{****}}$.

б) $\sqrt[6]{\text{*****}}$ – целое число. Найти его, если известно, что девять цифр подкоренного числа: 0, 2, 3, 4, 4, 7, 8, 8, 9. (20 б.)

8. Придумайте задачу для 2–3 класса и нарисуйте ее в виде комикса. (10 б.)

Ждем Ваших отзывов о работе, а также предложения и пожелания для следующего тура проекта «Познание и творчество».

Желаем удачи!

Оргкомитет